

Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET

Université Paris-Est-Créteil, France

Cécile ALLARD

Université Paris-Est-Créteil, France

Julie HOROKS

Université Paris-Est-Créteil, France

VOLUME XLVII : 3 - AUTOMNE 2019

Revue scientifique virtuelle publiée par l'Association canadienne d'éducation de langue française dont la mission est la suivante : « Par la réflexion et l'action de son réseau pancanadien, l'ACELF exerce son leadership en éducation pour renforcer la vitalité des communautés francophones ».

Éditrice

Natalie Tremblay, ACELF

Président du comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton

Comité de rédaction

Jean Labelle,
Université de Moncton
Nadia Rousseau,
Université du Québec à Trois-Rivières
Jules Rocque,
Université de Saint-Boniface
Phyllis Dalley,
Université d'Ottawa
Anderson Araújo-Oliveira,
Université du Québec à Montréal

Révision linguistique

Philippe-Aubert Côté, rév. a.

Directeur général de l'ACELF

Richard Lacombe

Conception graphique et montage

Claude Baillargeon

Diffusion Érudit

www.erudit.org

Les textes signés n'engagent que la responsabilité de leurs auteurs et auteurs, lesquels en assument également la révision linguistique. De plus, afin d'attester leur recevabilité, au regard des exigences du milieu universitaire, tous les textes sont arbitrés, c'est-à-dire soumis à des pairs, selon une procédure déjà convenue.

La revue *Éducation et francophonie* est publiée deux fois l'an grâce à l'appui financier du ministère du Patrimoine canadien et du Conseil de recherches en sciences humaines du Canada.

acelf

ASSOCIATION
CANADIENNE
D'ÉDUCATION DE
LANGUE FRANÇAISE

265, rue de la Couronne, bureau 303
Québec (Québec) G1K 6E1
Téléphone : 418 681-4661
Télécopieur : 418 681-3389
Courriel : info@acelf.ca

Dépôt légal
Bibliothèque et Archives nationales
du Québec
Bibliothèque et Archives du Canada
ISSN 1916-8659 (En ligne)

Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Coordination du numéro :

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique

Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

Liminaire

1 Les interactions sociales au service des apprentissages mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Belgique

11 Le développement des habiletés sociales comme support aux apprentissages cognitifs

Lucie DEBLOIS, Université Laval, Québec, Canada
Brigitte TURCOTTE, Université Laval, Québec, Canada

35 Les interactions entre élèves médiatisées par des indices comme facteur déclencheur de progrès collectifs et individuels en situation d'apprentissage coopératif face à une tâche complexe de mathématiques

Annick FAGNANT, Université de Liège, Belgique
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique
Émilie LEMAIRE, École libre fondamentale Saint-Joseph de Herve, Belgique
Matthieu SCHEEN, Université de Liège, Belgique

58 La dyade contribue-t-elle à l'adoption de conduites d'autorégulation en résolution de problèmes mathématiques chez les élèves du milieu du secondaire?

Vanessa HANIN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique
Catherine VAN NIEUWENHOVEN, Université catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgique

83 Les intra-actions sociomatérielles au service de l'apprentissage mathématique

Magali FORTE, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada
Nathalie SINCLAIR, Université Simon Fraser, Colombie-Britannique, Canada

98 Conceptualisation, symbolisation et interactions enseignante/enseignant-élèves dans les apprentissages mathématiques : l'exemple de la généralisation

Joëlle VLASSIS, Université du Luxembourg, Grand-Duché du Luxembourg
Isabelle DEMONTY, Université de Liège, Belgique

121 Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET, Université Paris-Est Créteil, France
Cécile ALLARD, Université Paris-Est Créteil, France
Julie HOROKS, Université Paris-Est Créteil, France

140 Regards de chercheurs-conseillers pédagogiques sur les interactions en contexte de résolution de problèmes mathématiques en classe

Nadine BEDNARZ, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Jean-François MAHEUX, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Lily BACON, Université du Québec en Abitibi-Témiscamingue, Québec, Canada
Mireille SABOYA, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Caroline LAJOIE, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada
Mathieu THIBAUT, Université du Québec à Montréal, Québec, Canada

Une entrée par l'évaluation des apprentissages pour analyser les interactions entre l'enseignant ou l'enseignante et les élèves dans les moments de mise en commun

Julia PILET

Université Paris-Est-Créteil, France

Cécile ALLARD

Université Paris-Est-Créteil, France

Julie HOROKS

Université Paris-Est-Créteil, France

RÉSUMÉ

Dans cet article, nous analysons les pratiques enseignantes d'évaluation formative en mathématiques, à travers les interactions organisées en classe pendant les moments de mise en commun. Nous croisons plusieurs cadres d'analyse des pratiques en didactique des mathématiques, de même que des outils liés à la recherche sur l'évaluation. Nous illustrons ces analyses avec un exemple de mise en commun dans une classe de collège, pour montrer de quelle façon l'enseignant, dans ses interactions

avec les élèves, s'appuie plus ou moins sur ce que les élèves produisent et sur les mathématiques en jeu dans les interactions.

ABSTRACT

Evaluation of learning to analyze interactions between teacher and students in moments of pooling knowledge

Julia PILET, Paris-Est Créteil University, France

Cécile ALLARD, Paris-Est Créteil University, France

Julie HOROKS, Paris-Est Créteil University, France

In this article, we analyze teachers' formative evaluation practices in mathematics through interactions organized in class during moments of knowledge pooling. We come across several frameworks of practice analysis in mathematics education, as well as tools related to research on evaluation. We illustrate these analyzes with an example of pooling knowledge in a college classroom to show how the teacher, through interactions with the students, relies more or less on what students produce and on the mathematics at play in the interactions.

RESUMEN

Una entrada por la evaluación de los aprendizajes para analizar las interacciones entre maestro y alumnos en los momentos de intercambio

Julia PILET, Universidad de París-Este Créteil, Francia

Cécile ALLARD, Universidad de París-Este Créteil, Francia

Julie HOROKS, Universidad de París-Este Créteil, Francia

En el presente artículo analizamos las prácticas docentes de evaluación formativa en matemáticas a través las interacciones organizadas en clase durante los momentos de intercambios. Combinamos varios cuadros de análisis de prácticas en didáctica de las matemáticas, así como herramientas ligadas a la investigación sobre la evaluación. Ilustramos dichos análisis con un ejemplo de intercambio en una clase de secundaria, para mostrar de qué manera el maestro, en sus interacciones con los alumnos, se apoya más o menos sobre lo que los alumnos producen y sobre las matemáticas implicadas en las interacciones.

INTRODUCTION

Nous proposons dans cet article une entrée par la question de l'évaluation formative pour étudier avec un regard didactique les interactions en classe. Nous construisons des outils pour analyser les pratiques enseignantes et la façon dont ces pratiques orchestrent les interactions avec les élèves en classe, en prenant en compte non seulement les apprentissages mathématiques qui peuvent en découler pour les élèves, mais aussi certaines contraintes du métier qui peuvent influencer les choix d'enseignement. Nous faisons l'hypothèse, non mise à l'épreuve ici, que certaines de ces interactions sont en effet plus significatives que d'autres pour les apprentissages mathématiques des élèves. Nous attachons une grande importance aux contenus mathématiques qui sont au centre de l'action enseignante que nous analysons. Une partie de nos outils d'analyse des interactions est donc liée à la spécificité du contenu mathématique travaillé.

CADRE D'ANALYSE DES INTERACTIONS DANS LES MOMENTS DE MISE EN COMMUN

La Double Approche pour analyser les pratiques : prise en compte des contenus, du déroulement et du contexte d'enseignement

Pour analyser ce qui se passe en classe, tant du côté de l'enseignante ou de l'enseignant que de celui des élèves, nous nous plaçons dans le cadre de la théorie de l'activité (Leontiev, 1978) telle qu'elle s'est développée en ergonomie cognitive en France (Rogalski, 2013). Selon cette théorie, les apprentissages des élèves découlent en grande partie de leurs activités mathématiques, c'est-à-dire tout ce que les élèves disent, écrivent, pensent, font ou ne font pas. Ces activités dépendent fortement des tâches choisies et de la façon dont la résolution de ces tâches est organisée dans la classe. Nous considérons, à la suite des développements récents de travaux issus de ces théories (Robert et Vandebrouck, 2014), que le discours de l'enseignante ou de l'enseignant peut avoir lui aussi une influence à la fois sur les activités des élèves et sur leurs apprentissages, en ce qu'il peut participer à l'explicitation et la structuration des activités des élèves, et à celles des mathématiques visées.

Nous nous situons dans le cadre de la Double Approche didactique et ergonomique des pratiques enseignantes (Robert, 2008) pour caractériser et interpréter les activités des enseignantes et des enseignants dans leur classe et pour celle-ci. Dans ce cadre, les pratiques sont décrites en cinq composantes¹ pour prendre en compte le choix des tâches et leur articulation entre elles et avec le cours, pour enseigner un contenu donné, ainsi que les déroulements organisés en classe. Pour interpréter ces choix, sont pris aussi en considération des contraintes du contexte d'enseignement, liées à

1. Composantes cognitive, médiative, institutionnelle, sociale et personnelle des pratiques enseignantes.

l'établissement et aux programmes scolaires, ainsi qu'à l'expérience et à la formation de l'enseignant ou de l'enseignante. Nous considérons que ce contexte d'enseignement a en particulier une influence sur les marges de manœuvre des enseignants et des enseignantes et sur les choix faits pour évaluer leurs élèves.

Les pratiques d'évaluation formative et la régulation de l'apprentissage

De Ketele, Gerard et Roegiers (1997) définissent l'acte d'évaluer comme «recueillir un ensemble d'informations suffisamment pertinentes, valides et fiables, examiner le degré d'adéquation entre cet ensemble d'informations et un ensemble de critères adéquats aux objectifs fixés au départ ou ajustés en cours de route, en vue de prendre une décision» (p. 34). En appui sur cette définition, nous appelons «pratique d'évaluation», dans l'enseignement des mathématiques, toutes les actions de l'enseignante ou de l'enseignant lui permettant de recueillir de l'information sur les activités ou les connaissances mathématiques de ses élèves, de les interpréter en fonction des mathématiques en jeu et de ce qui est attendu des élèves, et d'exploiter ces informations dans la suite de l'enseignement.

Allal et Mottier-Lopez (2005) montrent que la conception de l'évaluation formative s'est élargie au cours des dernières années. Au départ associée à l'idée d'une remédiation des difficultés d'apprentissage qui arrive après une phase d'enseignement, l'évaluation formative est progressivement intégrée au processus d'enseignement et d'apprentissage, et plus largement au concept de régulation de l'apprentissage. Pour De Ketele (2010, p. 27) :

L'évaluation de régulation est un processus qui doit permettre de prendre des décisions pour améliorer l'action (c'est-à-dire l'apprentissage) en cours (la séquence d'apprentissage concernée n'est pas terminée). [...] l'évaluation de régulation est donc centrée sur l'identification de ce qui est déjà acquis ou non encore acquis à un moment donné d'un apprentissage non terminé afin de prendre des décisions pour améliorer l'apprentissage en cours.

L'évaluation formative ainsi reconceptualisée est menée de façon informelle à travers des observations directes de l'enseignante ou enseignant et des interactions collectives. Pour Allal et Mottier-Lopez (2005), différents processus, relevant de la régulation de l'apprentissage, interviennent pour modifier l'écart entre le niveau réel des élèves et celui qui est attendu d'eux. Elles distinguent (p. 272) :

- Les actions effectivement menées par le maître et les élèves pour réduire l'écart.
- Le degré d'implication active de l'élève dans ces actions.
- L'utilisation faite par les élèves des outils et des ressources disponibles dans l'environnement en vue d'adapter ou d'enrichir leurs activités d'apprentissage.

- Le sens donné par les élèves et les enseignants et les enseignantes à l'évaluation et à ses divers aspects.
- Les façons dont les enseignants et les enseignantes, et les élèves négocient l'évaluation (discutent des critères et des exigences, construisent une représentation partagée de ce qui est attendu).

Ces processus, bien que généraux, nous intéressent tout particulièrement pour définir notre cadre d'analyse des interactions, entre l'enseignante ou l'enseignant et ses élèves.

Le moment de la mise en commun

Le terme de *mise en commun* est largement partagé dans la sphère professionnelle francophone (Artigue, Chevalarias, Debertonne-Dassule, Grugeon-Allys, Horoks et Pilet, à paraître) et semble pouvoir recouvrir plusieurs rôles pour l'enseignante ou l'enseignant, en fonction particulièrement de son moment par rapport au temps de la recherche des élèves, suivant qu'elle est suivie ou non d'une nouvelle recherche ou clôt la séance. Barlow (1993) la définit comme moyen de «reconstituer le groupe-classe et de faire profiter chacun du travail accompli par les différentes équipes» (p. 38), et en caractérise les modalités de mise en scène, après un travail des élèves. Nous retenons de cette définition le fait qu'une mise en commun fait suite à un travail des élèves, individuel ou en groupe, et qu'elle vise à montrer et à partager le travail de chacun, quelle que soit la modalité de travail qui a précédé.

Les mises en commun participent à différents moments d'une séance de mathématiques, identifiés en Théorie des situations didactiques (Brousseau, 1998), et jouent un rôle clé dans la dialectique entre les dimensions individuelle et collective de l'apprentissage. La dimension collective participe à la dépersonnalisation des connaissances mathématiques², suite à l'exposition des procédures des élèves, sans garantir leur décontextualisation³ (Allard, 2015). C'est le cas en particulier lorsque les interactions entre les enseignantes ou les enseignants et leurs élèves se limitent à la description des actions (Margolinas et Lappara, 2008) ou à l'identification des réponses justes ou fausses sans réelle justification. Jorro et Mercier-Brunel (2011) soulignent que «les feedbacks de l'enseignant vers les élèves ne garantissent pas toujours une communication explicite qui porterait sur l'analyse des erreurs ou sur la sollicitation d'un raisonnement particulier» (p. 31). Notamment, les gestes à dimension évaluative demandant seulement aux élèves de faire des constats sur le résultat correct de l'exercice ne leur permettent généralement pas de tirer parti de ce moment de correction pour apprendre (Jorro et Crocè-Spinelli, 2010).

2. Dépersonnalisation : relève d'un processus qui permet de détacher le sujet de ce qu'il énonce.

3. Décontextualisation : relève d'un processus qui conduit à généraliser un savoir en dehors du contexte dans lequel il a été construit.

La fonction de la mise en commun dépend fortement de ce qui a précédé: la nature de la tâche sur laquelle les élèves ont travaillé, plus ou moins nouvelle, le temps de recherche dont les élèves ont disposé, mais aussi plus globalement la place de la séance considérée dans l'ensemble de la séquence. Les enjeux de la mise en commun sont donc fortement en lien avec les moments de l'étude⁴ de la notion mathématique (Chevallard, 1992).

Nous cherchons à caractériser plus particulièrement le déroulement des mises en commun lors du travail de la technique sur le type de tâche «Développer une expression algébrique du type $a(b+c)$ ou $(a+b)(c+d)$ », laquelle met en jeu la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition. Nous nous interrogeons sur la nature des justifications qui sont proposées aux élèves, la mise en évidence du savoir mathématique dans la formulation ou la validation des techniques, et les moyens de contrôle qui leur sont donnés.

Le rôle et la place du discours technologique qui décrit, justifie et légitime une technique apparaissent essentiels dans la construction des savoirs et savoir-faire et sont en particulier construits lors des interactions ayant lieu lors des mises en commun. À partir des travaux de Wozniak (2012), nous définissons trois niveaux de discours technologique:

- Muet: le discours décrit la technique sans chercher à la justifier;
- Faible: le discours décrit la technique et laisse entrevoir, à travers l'usage d'ostensifs⁵, des éléments justificatifs sans pour autant expliciter les propriétés mathématiques sous-jacentes;
- Fort: le discours technologique décrit, explicite et justifie la technique à partir des propriétés mathématiques qui la sous-tendent.

Dans le tableau 1, nous reprenons cette typologie pour caractériser la nature du discours technologique pour le développement d'une expression algébrique du type $a(b+c)$ ou $(a+b)(c+d)$. Nous faisons également référence à la place des ostensifs (Bosch et Chevallard, 1999), sollicités lors de la mise en œuvre d'une technique pour réaliser une tâche et produire un discours technologique (Bosch et Perrin-Glorian, 2013), et observables en particulier dans les interactions en classe.

4. Les moments de l'étude sont définis dans la théorie anthropologique du didactique (Chevallard, 2002), où l'activité mathématique est modélisée par des praxéologies mathématiques constituées d'un type de tâche, d'une technique de résolution, d'un discours explicatif et justificatif, appelé «discours technologique», et d'une théorie dans laquelle s'inscrit le discours. L'étude d'une praxéologie se réalise en différents moments: moment de première rencontre avec un type de tâche de cette praxéologie, moment d'exploration du type de tâche et d'élaboration d'une technique, moment de constitution de l'environnement technologico-théorique, moment du travail de la technique, moment de l'institutionnalisation, moment de l'évaluation. La chronologie d'une séquence d'enseignement ne suit pas nécessairement cet ordre dans les moments de l'étude.

5. Éléments discursifs oraux ou écrits, mais aussi outils symboliques, graphiques ou gestuels.

Critères d'analyse des interactions pendant les moments de mise en commun

Nous pensons que certaines modalités de travail dans les mises en commun sont plus favorables à l'émergence des savoirs et savoir-faire, selon l'appui sur ce qui a été produit par les élèves. Nous tentons dans ce qui suit de rattacher la caractérisation proposée par Allal et Mottier-Lopez (2005) sur l'évaluation formative à nos outils, issus de la didactique des mathématiques et prenant en compte les contenus mathématiques visés, pour analyser les moments de mise en commun.

Actions à la charge des enseignantes ou des enseignants

Nous détaillons ici les actions liées à l'évaluation formative, en lien avec les modalités de travail organisées pendant la mise en commun, pour réduire l'écart entre ce que les élèves ont produit et ce qui était attendu.

La sélection des productions d'élèves à exploiter, avec appui sur leur résultat, leur procédure, ou les connaissances mobilisées pour mettre en œuvre la procédure (Haspekian et al, à paraître) suppose la récupération de traces de l'activité des élèves, à travers des productions écrites ou orales, et le repérage des éléments pertinents pour la mise en commun. La variété des productions choisies (correctes ou non, avec différentes procédures), reflète alors plus ou moins la variété de ce qui a été produit par la classe, permettant ou non à l'ensemble des élèves de voir son travail discuté collectivement. Les difficultés liées à la gestion, par l'enseignante ou l'enseignant, de l'hétérogénéité des productions des élèves, ne peuvent pas être négligées, même si cette hétérogénéité peut présenter une richesse pour la mise en commun.

La présentation, (re)formulation et justification des productions des élèves, leur comparaison ou hiérarchisation, avec des critères pour juger de leur pertinence et de leur efficacité, de même que leur validation ou invalidation sont des actions jouant un rôle dans la construction des savoirs mathématiques. Leur institutionnalisation, leur décontextualisation et leur généralisation en vue d'autres usages peuvent clore la mise en commun et participer à la structuration des connaissances des élèves.

Degré d'implication active des élèves

Ces actions supposent plusieurs étapes pour constater, expliquer, puis corriger les productions et erreurs, avec plus ou moins d'autonomie pour les élèves. Leurs initiatives sont liées à leur ou leurs tâches explicites pendant la mise en commun : noter, justifier, vérifier... ou même résoudre une nouvelle tâche mathématique.

Outils et ressources disponibles pour les élèves

Les outils des élèves que nous prenons en considération ici sont des outils mathématiques: les propriétés et méthodes mathématiques, ainsi que toute trace matérielle de ces éléments: énoncés du cours (incluant un vocabulaire spécifique, des schémas) et autres exercices résolus. Dans notre analyse des mises en commun, nous tentons de repérer si ces éléments de cours, liés à des propriétés ou des techniques, sont mentionnés (par qui, comment et pour quoi faire) et d'étudier l'usage qui est fait des ostensifs associés.

Sens et négociation de l'évaluation

Comme Schubaeur-Leoni (1991), nous relierions l'évaluation au « contrat didactique » qui lie les attentes réciproques de l'enseignante ou de l'enseignant et des élèves par rapport à un contenu ou à une tâche donnée. Nous interrogeons les objectifs de l'enseignante ou de l'enseignant dans l'acte d'évaluer, qui sont plus ou moins explicites pour les élèves, lors des mises en commun, avec un équilibre à maintenir entre statuer sur le juste et le faux, et chercher à expliquer. La place de l'erreur est liée à ce contrat d'évaluation, et participe aux retours faits aux élèves sur leur production, voire sur leurs progrès, et permet de pointer l'écart avec ce qui est attendu. Nous analysons son exploitation en classe, en lien d'une part avec la prise en compte effective des productions mathématiques des élèves, et d'autre part avec les mathématiques mobilisées dans la discussion autour de ces erreurs.

Jorro et Mercier-Brunel (2011) rappellent la nécessaire prise en compte de l'erreur dans les gestes professionnels qui visent à assurer les conditions de régulation des apprentissages. En effet, exposer des procédures erronées, c'est parfois laisser la place au jugement de valeur avec le risque du poids de l'humiliation en situation de classe (Merle, 2005). L'exploitation d'une erreur individuelle ou repérée pour plusieurs élèves peut être un moyen pour l'enseignante ou l'enseignant de revenir sur une procédure encore mal assimilée et exposer des moyens de contrôle, et peut donc servir à la dimension collective de l'apprentissage. Nous nous demandons donc si l'erreur est exploitée au service du collectif ou si elle sert à répondre ponctuellement à une difficulté d'un élève en particulier.

Problématique

Nous synthétisons ici nos hypothèses de travail, lesquelles portent sur les interactions qui pourraient jouer un rôle dans la régulation des apprentissages lors d'une mise en commun, et qui justifient les critères d'analyse guidant cette étude exploratoire.

Nous faisons en premier lieu l'hypothèse qu'un appui sur la variété des productions des élèves, et en particulier sur les procédures utilisées et les erreurs commises, peut participer à réduire l'écart entre ce qui a été produit et ce qui est attendu pour l'ensemble de la classe. La participation des élèves dans la formulation et la validation, de même que dans la comparaison des productions, nous paraît elle aussi porteuse d'apprentissages. Enfin, nous nous appuyons sur l'hypothèse qu'un discours technologique fort, mettant en évidence le savoir sous-jacent aux procédures des élèves, est nécessaire. Ce discours, en appui sur les propriétés des opérations, contribue selon nous à une institutionnalisation s'appuyant explicitement sur des connaissances mathématiques plutôt qu'un recours artificiel à des ostensifs.

Dans la partie suivante, nous illustrons la façon dont nous faisons fonctionner les outils d'analyse qui découlent de ces hypothèses, en étudiant le déroulement d'une mise en commun lors d'une séance d'algèbre dans une classe de 4^e (élèves de 13 à 14 ans). Nous caractérisons les interactions et leur participation potentielle à la régulation des apprentissages, mais ne pouvons pas mettre ici nos hypothèses à l'épreuve, n'ayant pas accès aux apprentissages des élèves qui pourraient en découler.

ILLUSTRATION AVEC L'ANALYSE D'UN MOMENT DE MISE EN COMMUN CHEZ UN ENSEIGNANT

Les aspects épistémologiques en jeu dans la transformation d'expressions algébriques

Le domaine de l'algèbre élémentaire comprend deux dimensions (Grugeon, 1997) : une dimension outil, dans laquelle l'algèbre intervient comme outil pour résoudre des problèmes de généralisation, de modélisation et de preuve, et une dimension objet, qui comprend la transformation des expressions algébriques. La mise en commun que nous analysons porte sur le type de tâche «développer une expression algébrique avec la distributivité simple», qui met en jeu l'aspect objet de l'algèbre. Plusieurs travaux ont pointé que la transformation d'expressions algébriques repose sur des aspects épistémologiques que l'enseignement doit prendre en considération pour favoriser les apprentissages, comme le fait que deux expressions algébriques puissent dénoter le même objet (Drouhard, 1992), le fait qu'une expression puisse être interprétée du point de vue de sa structure et comme un processus (Sfard, 1991), et le fait que la transformation d'une expression en une autre repose sur les propriétés du calcul algébrique. Aboud Raad et Mercier (2009), ou encore Assude *et al.* (2012), pointent que, dans les pratiques, les transformations d'expressions algébriques sont souvent davantage justifiées par une manipulation d'ostensifs, inventés à usage didactique, comme l'utilisation de couleurs ou de flèches qui accompagnent le geste de distribuer, que par un raisonnement porté par la propriété en jeu, notamment celle de la distributivité de la multiplication sur l'addition. Dans nos analyses, nous

études comment ces aspects épistémologiques interviennent dans le processus de partage et de validation des productions des élèves.

Présentation de l'enseignant, de la classe et de la séance

L'extrait analysé ici provient d'une des nombreuses séances filmées dans le cadre d'un travail collaboratif entre enseignants, enseignantes et chercheurs (Horoks et Pilet, 2015). La séance de 55 minutes a pour objectif de reprendre des exercices traités à la maison. Elle a été conçue par un enseignant expérimenté d'un collège de la région parisienne d'un milieu plutôt favorisé – nous l'appellerons ici «G». Nous analysons dans cette étude la mise en commun ayant lieu suite à des exercices d'entraînement sur le développement d'expressions algébriques nécessitant l'utilisation de la propriété de distributivité. Cette séance, centrée sur le travail de la technique, arrive après celle visant à introduire l'algèbre en tant qu'outil pour résoudre un problème de généralisation. La tâche qui nous intéresse consiste à développer l'expression $4x(6x+7)-9(4x-5)$ en utilisant deux fois la distributivité simple. Parmi les erreurs possibles, dont nous analysons la prise en compte par l'enseignant, les élèves peuvent se tromper dans la distribution, dans la réécriture des monômes (par exemple sur la puissance carrée), dans la réduction de l'expression développée, ou dans le calcul avec des nombres relatifs. La mise en commun portant sur la transformation de cette expression dure 27 minutes. Nous avons numéroté de 1 à 99 toutes les interventions de l'enseignant ou des élèves sur les échanges traitant de la reconnaissance et de l'application de la propriété de distributivité de la multiplication sur l'addition. Un entretien avec l'enseignant, postérieur à la séance, nous a permis de préciser notre analyse, en recueillant des informations sur ses objectifs et ses choix pour la gestion de la classe.

Analyse de la mise en commun

Actions à la charge de l'enseignant G et degré d'implication active des élèves.

G commence par circuler dans la classe à la fois pour s'assurer que le travail a été fait, mais aussi pour prendre des informations sur le travail des élèves. G a l'habitude de demander à un élève de venir au tableau pour présenter sa solution et souvent il la choisit incorrecte. Ici, c'est l'élève L qui présente sa solution (voir figure 1); elle sait, suite à ses échanges avec G, que sa production est incorrecte. C'est la seule production qui sera exploitée par la suite, il n'y a donc pas de hiérarchisation ou de comparaison avec d'autres productions. La mise en commun sert ensuite à revenir sur la technique de développement à partir de cette production. Les échanges sont organisés sous la forme de questions posées par l'enseignant et de réponses formulées soit par l'élève L, soit par le reste de classe.

Figure 1. **Production de l'élève L affichée au tableau**

$$C = 4x(6x+7)-9(4x-5)$$

$$C = 4x \times 6x + 4x \times 7 - 9 \times 4x - 9 \times 5$$

$$C = 24x + 28x - 36x - 45$$

$$C = 52x - (-9x)$$

G propose un discours technologique fort (voir tableau 1) pour invalider la production de L et pour décrire, expliciter et justifier la technique d'identification des termes de la propriété de distributivité simple à l'expression proposée.

Tableau 1. **Caractérisation de la nature du discours technologique dans le développement d'une expression algébrique**

Discours technologique muet	Discours technologique faible	Discours technologique fort
<p>La technique est décrite sans être expliquée.</p> <p>Les propriétés mathématiques en jeu ne sont pas explicitées.</p> <p>La description se limite à l'action (« on développe », « on supprime les parenthèses »).</p>	<p>La technique est décrite et faiblement expliquée.</p> <p>Les propriétés mathématiques sont sous-jacentes et leur utilisation est peu explicitée, par exemple, en référence à des règles (« moins par moins, ça fait plus », « on n'a pas le droit de ») ou uniquement mentionnée (« On utilise la distributivité »).</p> <p>Le discours est porté majoritairement sur l'action par l'intermédiaire d'ostensifs (flèches, couleurs) supposés faciliter la mise en œuvre de la technique, mais ne permettant pas d'explicitier comment et pourquoi (par exemple, identification de la structure de l'expression pour reconnaître la propriété à appliquer).</p>	<p>La technique est décrite, expliquée, motivée et justifiée.</p> <p>Les propriétés mathématiques sont explicitées ainsi que les conditions de son utilisation (par exemple appel de la distributivité, reconnaissance de la structure, identification, application). Le discours qui explicite des savoirs sur le fonctionnement mathématique.</p>

Cela se caractérise par une invalidation de la production, qui se fait par substitution et recherche d'un contre-exemple (voir figure 2). G commente la démarche (37) : « Ça veut dire qu'il y a une erreur quelque part. Donc l'avantage, c'est que ça vous permet de contrôler votre travail et d'essayer de comprendre et de repérer vos erreurs. » Ce sont les élèves qui le suggèrent suite à une question ouverte de G qui porte sur les outils de contrôle (16) : « Comment tu fais pour savoir que c'est faux? » Ils ont ainsi l'initiative du processus de contrôle à mettre en œuvre, institué dans les séances précédentes.

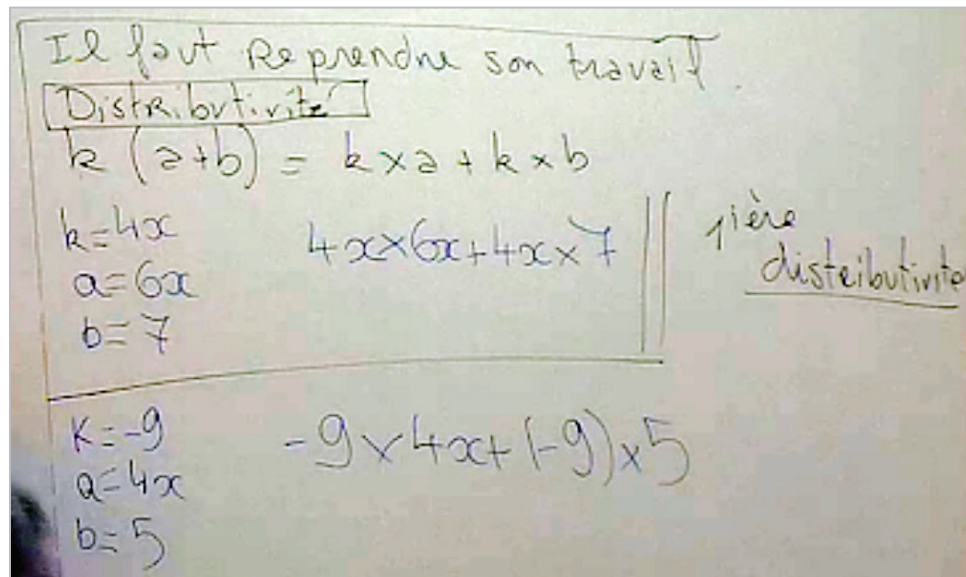
Figure 2. **Utilisation d'un contre-exemple pour invalider la production de l'élève L et mise en évidence de la structure sur laquelle appliquer la propriété de distributivité**

distributivité distributivité Si $x=3$, on obtient 237

$$C = 4x(6x+7) - 9(4x-5)$$
$$C = 4x \times 6x + 4x \times 7 - 9 \times 4x - 9 \times 5$$
$$C = 24x + 28x - 36x - 45$$
$$C = 52x - (-9x) \quad \leftarrow \text{Si } x=3, \text{ on obtient } 183$$

L'analyse de la production de l'élève L est réalisée ligne par ligne. D'abord, la structure de l'expression est analysée pour reconnaître un cas d'utilisation de la propriété de distributivité, puis l'application de cette distributivité est réalisée en identifiant les valeurs de k , a et b de la propriété $k(a+b)=ka+kb$ (pour k , a et b des réels) dans l'expression (voir figure 3). Cette identification conduit à une correction qui fait émerger une analyse des erreurs produites par L, liées aux relatifs (pour la seconde application de la propriété), avec un échange entre G et L: G (60): «Maintenant la deuxième distributivité, ça serait quoi k , a et b dans la deuxième?»; L (61): «Monsieur, je mets k égal moins 9 ou k égal 9?»

Figure 3. **Rappel de la propriété de distributivité donnée dans le cours et identification des termes pour son application**



G explicite alors le raisonnement en proposant une nouvelle écriture de l'expression, à savoir $-9(4x+(-5))$ qui permet d'identifier que k vaut -9 et non 9 , et b vaut -5 et non 5 dans la deuxième utilisation de la distributivité. Dans ce travail autour de l'erreur, G donne donc aux élèves à la fois des moyens de contrôle et de vérification de leur production, mais aussi une explication sur l'origine des erreurs (ici numériques) produites par l'élève, ainsi que des explications sur la méthode à mettre en œuvre.

Dans l'élaboration de ce discours technologique, les élèves sont sollicités et amenés à répondre aux questions de l'enseignant, qui peuvent être ouvertes, à faire des propositions de réponses, à exprimer leur accord et à l'argumenter: G (68): «Est-ce que quand on regarde la première distributivité, on a bien identifié le k , le a et le b ? Et quand on fait la deuxième distributivité, est-ce qu'on a bien identifié le k , le a et le b ? Est-ce que vous êtes d'accord, pas d'accord?» Il leur est donc laissé des initiatives sur des processus qui nous semblent fondamentaux pour leurs apprentissages.

Outils et ressources disponibles pour les élèves

Plusieurs outils et ressources sont mis à dispositions des élèves.

Premièrement, comme, dans cette mise en commun, les élèves nomment la propriété de distributivité, mais n'arrivent pas à l'énoncer, G s'appuie sur le cours construit avec les élèves lors des séances précédentes. Il fait explicitement référence au fait que la propriété est écrite dans le cahier et les engage à chercher dans leur document de cours.

Deuxièmement, des méthodes de contrôle sont institutionnalisées. Ainsi le contrôle par substitution et la recherche d'un contre-exemple à l'aide de la calculatrice sont exigés dans les séances d'entraînement en classe, mais aussi lors des évaluations sommatives puisque G mentionne explicitement qu'il attend de ses élèves qu'ils contrôlent leur résultat et qu'il en tiendra compte dans son évaluation.

Sens et négociation de l'évaluation

De façon générale, les moments de mise en commun organisés par G se font selon des scénarios assez stables : des procédures incorrectes sont relevées et les élèves qui les ont produites sont invités à venir les présenter. Dans une autre séance, on peut entendre G dire dans un moment similaire : « Je vais regarder votre travail pour essayer de repérer une erreur pertinente. » Ainsi G répète et explicite le statut des erreurs dans les apprentissages. Dans la mise en commun analysée ici, les interactions entre G et les élèves montrent que G négocie le contrat d'évaluation formative avec ses élèves. G (5) : « On va apprendre. Si l'on a fait des erreurs ce n'est pas grave, il faut essayer de les comprendre pour ne pas les reproduire. » Il est valorisant et encourageant, et il pointe à plusieurs reprises ce que l'élève sait faire : G (37) : « Le point positif c'est que l'analyse de la structure de l'expression c'est la bonne. » Bien que G explicite les enjeux de la mise en commun en matière d'apprentissage, montrant l'appui sur les propriétés pour valider ou invalider un résultat puis repérer les erreurs, cette mise en commun se fait en tension. En effet, G vise l'appropriation par les élèves d'une méthode, déjà vue au cours précédent, qui nécessite beaucoup de rigueur et fait appel à de nombreux savoirs et savoir-faire (logique d'apprentissage), alors que les élèves semblent attendre une correction qui leur fournisse la réponse à la question posée (logique de réussite). Cela est rendu visible par le fait que les élèves manifestent leur étonnement face à la longueur de la correction, le nombre d'éléments importants à noter et la volonté de G de donner à ses élèves des méthodes et des outils de contrôle (par exemple de (62) à (64), G : « C'est tout cela qui doit apparaître dans une correction »; E : « C'est vachement long »; G : « Mais c'est le seul moyen de progresser. »). G justifie à plusieurs reprises la nécessité de faire une analyse de l'expression, soit en invoquant un besoin par rapport aux mathématiques (9) (« Si on n'arrive pas à analyser correctement la structure de l'expression alors après on ne peut pas faire le bon choix des

propriétés. »), soit en faisant le lien avec ce qui sera attendu des élèves plus tard (44) («Au lycée, il n'y aura pas un seul cours où on ne vous demandera pas d'appliquer ce genre de technique. »).

Nous nous questionnons ici sur la portée formative de cet épisode. Certes G propose un discours technologique fort pour traiter la production de l'élève L et le développement de l'expression algébrique, se rapprochant ainsi des mathématiques visées. Cependant, la mise en commun est centrée sur une seule production et peut s'éloigner de ce que les autres élèves ont produit. Pendant ce moment de mise en commun, les élèves sont incités à noter la correction dans leur cahier. Il ne leur est pas demandé d'appliquer la vérification à leur propre production, mais ils seront amenés à le faire sur les exercices suivants. Il nous faudrait analyser l'ensemble de la séquence proposée par G à ses élèves pour voir à quels autres moments, sur d'autres tâches, il est donné aux élèves l'occasion de situer leur production par rapport à ce qui est attendu.

CONCLUSION

Nous avons présenté des critères d'analyse des interactions au moment d'une mise en commun, pour tenter de caractériser leur caractère formatif. Ce premier travail est à poursuivre, notamment en le mettant en perspective des apprentissages effectifs des élèves.

L'étude d'une mise en commun filmée en classe a permis de pointer deux logiques qui peuvent s'opposer : une logique d'apprentissage, portée par l'enseignant, et une logique de réussite immédiate, apparemment adoptée par certains élèves (Peltier, 2004). Le discours technologique de l'enseignant, qui traduit sa volonté d'opérationnaliser les notions du cours de mathématiques, se confronte ainsi aux attentes des élèves, qui souhaitent savoir s'ils ont trouvé la solution attendue et pouvoir la noter dans leur cahier. Notre étude n'a pas permis de savoir si les erreurs traitées au tableau étaient le symptôme d'une erreur collective ou le fait d'une seule élève. Dans ce dernier cas, dans quelle mesure chaque élève est-il en mesure de revenir individuellement sur sa propre production pour la valider ou l'invalidier, et d'appliquer à son travail la technique qui vient d'être vue ? Nous faisons l'hypothèse que pour que ces mises en commun aient une dimension à la fois collective et formative, il faudrait que le choix des erreurs soit le plus emblématique possible et fasse office d'exemple généralisé pour les élèves (Butlen, 2003), de manière explicite dans le contrat didactique lié à ces phases de la classe.

La prise en charge des erreurs nous semble donc centrale dans les mises en commun, qui constituent un carrefour d'attentes parfois contradictoires des élèves et de l'enseignant, avec des dimensions individuelles et collectives en tension, et des multifonctions qui ne permettent pas forcément à tous les élèves d'adhérer entièrement aux

intentions de l'enseignant. Celui-ci est en effet contraint par le format relativement court de la séance (souvent moins d'une heure au collège) de faire des choix qui ont un impact sur la lisibilité de ses intentions par les élèves. De même, l'hétérogénéité de la classe peut rendre difficiles l'exploitation de la variété des propositions des élèves, et le fait de porter sur chacune d'elle et sur leur ensemble un discours technologique adapté. Il ne nous étonnera donc pas qu'un certain nombre de recherches (Bautier et Rayou, 2009; Langumier, 1991) montrent que, dans ces moments, la communication qui s'établit n'est pas dépourvue de malentendus, par rapport aux attentes de chacun, ce qui peut priver les élèves d'une compréhension des enjeux d'apprentissages. Jorro et Mercier-Brunel (2011) en particulier montrent qu'il y a une corrélation entre l'ancienneté dans l'enseignement et la prise en compte effective des erreurs des élèves lors des interactions langagières, mais que les moments de correction ne garantissent pas toujours une communication explicite, et ce, malgré l'expertise de l'enseignant. De Ketele (2010) souligne d'ailleurs que « [c'est] sans doute l'exercice de la fonction de régulation que le professionnalisme de l'enseignant révèle le plus » (p. 27). La variété des pratiques enseignantes nous amène aussi à penser que les élèves ont probablement vécu des mises en commun très différentes d'un enseignant à un autre ou d'une enseignante à une autre au cours de leur scolarité, ce qui rend plus difficile encore pour eux le fait d'en repérer les enjeux pour un enseignant donné ou une enseignante donnée, et d'en tirer parti pour apprendre de leurs erreurs et de celles des autres élèves.

Références bibliographiques

- ABOU RAAD, N. et MERCIER, A. (2009). Étude comparée de l'enseignement de la factorisation par un facteur commun binôme, en France et au Liban. *Recherches en didactique de mathématiques*, 29(2), 155-188.
- ALLAL, L. et MOTTIER LOPEZ, L. (2005). L'évaluation formative de l'apprentissage : revue de publications en langue française. Dans Centre pour la recherche et l'innovation dans l'enseignement. *L'évaluation formative. Pour un meilleur apprentissage dans les classes secondaire*, Paris : OCDE, 265-290.
- ALLARD, C. (2015). *Étude du processus d'institutionnalisation dans les pratiques de fin d'école primaire: le cas de l'enseignement des fractions* (Thèse de doctorat). Université de Paris Diderot.

- ARTIGUE, M., CHEVALARIAS, T., DEBERTONNE-DASSULE, F., GRUGEON-ALLYS, B., HOROKS, J. et PILET, J. (sous presse). Approcher la diversité culturelle dans l'enseignement des mathématiques à travers le filtre du langage professionnel des enseignants. Dans M. Abboud (dir.), *Actes du colloque Espace Mathématique Francophone, Gennevilliers, octobre 2018*. [Disponible sur le site Web du colloque en septembre 2019 : <http://emf.unige.ch/>]
- ASSUDE, T., COPPÉ, S. et PRESSIAT, A. (2012). Tendances de l'enseignement de l'algèbre élémentaire au Collège: atomisation et réduction. Dans L. Coulange, J-P. Drouhard, J-L. Dorier et A. Robert (dir.), *Recherche en didactique des mathématiques. Hors série. Enseignement de l'algèbre élémentaire, Bilan et perspectives* (p. 41-62). Grenoble: La Pensée Sauvage.
- BARLOW, M. (1993). *Le travail en groupes des élèves*. Paris: A. Colin.
- BAUTIER, E. et RAYOU, P. (2009). *Les inégalités dans les apprentissages*. Paris: Presses Universitaires de France.
- BOSCH, M. et CHEVALLARD, Y. (1999). La sensibilité de l'activité mathématique aux ostensifs. *Recherches en didactique des mathématiques*, 19(1), 77-124.
- BOSCH, M. et PERRIN-GLORIAN, M.-J. (2013). Le langage dans les situations et les institutions. Dans A. Bronner A., Castela, C., Pressiat, A. et Roditi, E. (dir.), *Questions vives en didactique des mathématiques: problèmes de la profession d'enseignant, rôle du langage. XVI^e École d'été de didactique des mathématiques, Carcassonne, août 2011* (p. 267-314). Grenoble: La pensée sauvage.
- BROUSSEAU, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. Grenoble: La pensée sauvage.
- BUTLEN, D. et CHARLES-PÉZARD, M. (2003). Étapes intermédiaires dans le processus de conceptualisation en mathématiques. *Recherches en didactique des mathématiques*, 23(1), 41-78.
- CHEVALLARD, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en didactique des mathématiques*, 12(1), 73-111.
- DE KETELE, J.-M., GERARD, F.-M. et ROEGIERS, X. (1997). L'évaluation et l'observation scolaires: deux démarches complémentaires. *Éducatives – Revue de diffusion des savoirs en éducation*, 12, 33-37.
- DE KETELE, J.-M. (2010). Ne pas se tromper d'évaluation. *Revue française de linguistique appliquée*, 15(1), 25-37.

- DROUHARD, J.-P. (1992). *Les écritures symboliques de l'algèbre élémentaire* (Thèse de doctorat). Université Paris 7 Denis-Diderot.
- GRUGEON, B. (1997). Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire. *Recherches en didactique des mathématiques*, 17(2), 167-210.
- HASPEKIAN, M., HOROKS, J., KIWAN-ZACKA, M., PILET, J. et RODITI, E. (sous presse). L'évaluation formative dans les interactions en classe de mathématiques : une approche didactique. Dans *Régulation des apprentissages et évaluation formative: quels regards didactiques? Actes de la 19^e école d'été de didactique des mathématiques*, Paris, août 2017 hal-01612783 . Grenoble: La pensée sauvage.
- HOROKS, J. et PILET, J. (2015). Étudier et faire évoluer les pratiques d'évaluation des enseignants de mathématiques en algèbre au collège dans le cadre d'un Léa. Dans L. Theis (dir.), *Actes EMF2015, Pluralités culturelles et universalité des mathématiques: enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* (p. 791-804). Alger: GT9.
- JORRO, A. et MERCIER-BRUNEL, Y. (2011). Les gestes évaluatifs de l'enseignant dans une tâche de correction collective. *Mesure et évaluation en éducation*, 34(3), 27-50. [https:// doi.org/10.7202/1024794ar](https://doi.org/10.7202/1024794ar)
- JORRO, A. et CROCÉ-SPINELLI, H. (2010). Le développement de gestes professionnels en classe de français. Le cas de situations de lecture interprétative. *Pratiques*, 145-146, 125-140. DOI: 10.4000/pratiques.1527.
- LANGUMIER, M. (1991). Implicites et malentendus en cours de français dans les dialogues entre le maître et l'élève en CM2. Dans F. François (dir.), *La communication inégale* (p. 113-145). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.
- LEONTIEV, A. (1978). *Activity, consciousness and personality*. Englewood Cliffs: Prentice Hall.
- MARGOLINAS, C. et LAPPARA, M. (2008). *Quand la dévolution prend le pas sur l'institutionnalisation: des effets de la transparence des objets du savoir*. Repéré à <http://www.aquitaine.iufm.fr/infos/colloque2008/cdromcolloque/communications/marg.pdf>.
- MERLE, V. (2005). *L'élève humilié*. Paris: PUF
- PELTIER, M.-L. (dir.) (2004). *Dur d'enseigner en ZEP. Analyse des pratiques de professeurs d'école enseignant les mathématiques en réseaux d'éducation prioritaire*. Grenoble: La pensée sauvage.

- ROBERT, A. (2008). La double approche didactique et ergonomique pour l'analyse des pratiques d'enseignants de mathématiques et une méthodologie pour analyser les activités (possibles) des élèves en classe. Dans F. Vandebrouck (dir.), *La classe de mathématiques: activités des élèves et pratiques des enseignants* (p. 45-68). Toulouse: Octarès.
- ROBERT, A. et VANDEBROUCK, F. (2014). Proximités en acte mises en jeu en classe par les enseignants du secondaire et ZPD des élèves: analyses de séances sur des tâches complexes. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 34(2-3), 239-285.
- ROGALSKI, J. (2013). Theory of activity and developmental frameworks for an analysis of teachers' practices and students' learning. Dans F. Vandebrouck (dir.), *Mathematics Classrooms: students' activities and teachers' practices* (p. 3-22). Rotterdam: Sense Publishers.
- SCHUBAEUR-LEONI, M.-L. (1991). L'évaluation didactique: une affaire contractuelle. Dans J. Weiss (dir.), *L'évaluation: problème de communication* (p. 79-95). Cousset: DeVal.
- SFARD, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.
- WOZNIAK, F. (2012). Analyse didactique des praxéologies de modélisation mathématique à l'école: une étude de cas. *Éducation et Didactique*, 6(2), 63-86.